

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –**

**CLASA A V-A
SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE**

**Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.**

Subiectul 1.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- deduce că cele două pagini sunt numerotate cu 146 și 147	5 p
- demonstrează că rezultatul e viabil, pagina din dreapta este numerotată cu un număr impar.	2 p

Subiectul 2.

Detalii rezolvare	Barem asociat
a) - dacă $x = 5n + 2 \in B$, x are ultima cifra 2 sau 7	1 p
- în acest caz x nu poate fi pătrat perfect. Rezultă $A \cap B = \emptyset$	1 p
b) $2012 = 5 \cdot 402 + 2 \in B$ și $2012 = 7 \cdot 287 + 3 \in C$; deci $2012 \in B \cap C$	2 p
c) dacă $y \in D \Rightarrow y = 9^k = (3^k)^2 \Rightarrow y \in A$, deci $D \subset A$	1 p
d) $9^{2011} = 9^{2010} \cdot 9 = 9^{2010} \cdot (1+8) = 9^{2010} + 8 \cdot 9^{2010} = (9^{670})^3 + (2 \cdot 9^{670})^3$	1 p
$9^{2012} = 9^2 \cdot 9^{2010} = (1+16+64) \cdot (9^{1005})^2 = (9^{1005})^2 + (4 \cdot 9^{1005})^2 + (8 \cdot 9^{1005})^2$	1 p

Subiectul 3.

Detalii rezolvare	Barem asociat
a) de exemplu 362 și 632 sunt numere „preferate” pentru că $2 \cdot 3 \cdot 6 = 36 = 6^2$	2 p
b) - Cu numerele 2, 3, 6 sunt 6 numere „preferate”: 236, 263, 326, 362, 623, 632. - $1 \cdot 4 \cdot 9 = 6^2$. Cu numerele 1, 4, 9 sunt 6 numere „preferate”. - $1 \cdot 2 \cdot 8 = 4^2$. Cu numerele 1, 2, 8 sunt 6 numere „preferate”. - $2 \cdot 4 \cdot 8 = 8^2$. Cu numerele 2, 4, 8 sunt 6 numere „preferate”. - $2 \cdot 8 \cdot 9 = 12^2$. Cu numerele 2, 8, 9 sunt 6 numere „preferate”. - $3 \cdot 6 \cdot 8 = 12^2$. Cu numerele 3, 6, 8 sunt 6 numere „preferate”. Total: $6 \cdot 6 = 36$ numere „preferate”.	1 p
c) - suma numerelor „preferate” scrise cu cifrele a, b, c este $222(a + b + c)$	1 p
- suma numerelor preferate este $222 \cdot 67$ care nu este pătrat	1 p

Subiectul 4.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- arată că suma a patru puteri consecutive a unui număr natural care are ultima cifra 3 este multiplu de 10	3 p
- descompune M în suma a 25 de numere divizibile cu 10	4 p

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –**

CLASA A VI-A

SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

**Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.**

Subiectul 1.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- află cât timp merge trenul cu 90km/ora	3 p
- determină distanțele parcurse cu fiecare viteză în parte	3 p
Finalizare	1 p

Subiectul 2.

Detalii rezolvare	Barem asociat
Figura.....	1p
$\Delta BCN \equiv \Delta CBM$	1p
Deduce că ΔABC și ΔOBC sunt isoscele.....	2p
Demonstrează că ΔOMN e isoscel	1p
Demonstrează că $\Delta AMO \equiv \Delta ANO$	1p
Finalizare.....	1p

Subiectul 3.

Detalii rezolvare	Barem asociat
a) - scrie proporția și deduce ca măsura unghiului este 60^0	3p
b) - figura corespunzătoare datelor problemei	1p
- cu o notație adecvată, de ex $m(\sphericalangle AOB) = x$, deduce măsurile unghiurilor din problemă	2p
- finalizare.....	1p

Subiectul 4.

Detalii rezolvare	Barem asociat
a) Arată că: $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1$;	3p
b) arată că $\left(\frac{3}{6}\right)^{33} + \left(\frac{4}{6}\right)^{33} + \left(\frac{5}{6}\right)^{33} < \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1$;	3p
Înmulțește relația cu 6^{33} și obține $3^{33} + 4^{33} + 5^{33} < 6^{33}$;	1p

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –**

**CLASA A VII-A
SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE**

**Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.**

Subiectul 1.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- scrie formula mediei aritmetice.....	1p
- calculeaza suma notelor initiale.....	2p
- calculeaza suma notelor dupa recorectare.....	2p
- calculeaza noua medie	2p

Subiectul 2.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- figura corespunzătoare problemei	1p
- ia L si K mijloacele laturilor [AD] si [AB].....	1p
- BFDK paralelogram \Rightarrow DK dreapta suport a liniei mijlocii pt. $\triangle ABG \Rightarrow H \in DK$	1p
- ABEL paralelogram și fie $EL \cap DK = \{M\}$, $EL \cap BF = \{N\}$	1p
- $NE = \frac{FC}{2} = \frac{AB}{4} = LM$	1p
- în $\triangle EMH$, $GN \parallel MH$, aplică teorema lui Thales $\frac{HG}{HE} = \frac{MN}{ME} = \frac{\frac{AB}{2}}{\frac{3AB}{4}} = \frac{2}{3}$	2p

Subiectul 3.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- figura corespunzătoare problemei.....	1p
- calculează lungimea diagonalei $AC = 10\sqrt{2}$ cm.....	1p
- determină aria pătratului $A_{[ABCD]} = 100\text{cm}^2$	1p
- determină latura pătratului $AB = 10\text{cm}$	1p
- determină perimetrul pătratului	1p
- determină aria $A_{[ABE]} = \frac{50}{3}\text{cm}^2$	2p

Subiectul 4.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- demonstrează că \overline{ab} este pătrat perfect.....	4p
- determină $\overline{ab} = 36$	3p

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –**

CLASA A VIII-A

SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Subiectul 1.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- fie p numărul prim căutat. $p=k^2-4$, $k \in \mathbb{N}$	2p
- $p=(k-2) \cdot (k+2)$	2p
- p fiind număr prim $\Rightarrow k-2=1$ și $k+2=p$	2p
- finalizare $k=3$ și $p=5$	1p

Subiectul 2.

Detalii rezolvare	Barem asociat
a) $\frac{1}{1+a^2c} + \frac{1}{1+b^2c} = \frac{abc}{abc+a^2c} + \frac{abc}{abc+b^2c} = \frac{b}{a+b} + \frac{a}{a+b} = 1$;	3p
b) $\frac{1}{1+a^2b} + \frac{1}{1+b^2c} + \frac{1}{1+c^2a} = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} = \frac{1}{1+\frac{b}{a}} + \frac{1}{1+\frac{c}{b}} + \frac{1}{1+\frac{a}{c}} =$ $= \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z}$; cu $xyz=1$	2p
- arată că $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} < 2$;	2p

Subiectul 3.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- figura corespunzătoare problemei	1p
a) - Q fiind mijlocul lui [BC], $\begin{cases} FQ \parallel BP \\ AQ \parallel DP \end{cases} \Rightarrow (BDP) \parallel (AQF)$	1p
- cum $AF \subset (AQF) \Rightarrow AF \parallel (DBP)$	1p
b) $FC \parallel PO \Rightarrow m(\sphericalangle (OG;FC)) = m(\sphericalangle (OG;OP)) = m(\sphericalangle GOP)$	1p
- în $\triangle GOP$, $PO=3\text{cm}$, $GP=\sqrt{3}\text{cm}$, $\text{tg}(\angle GOP) = \frac{GP}{PO} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow m(\angle GOP) = 30^\circ$	1p
c) fie $QT \perp AP$, $T \in AP$, $EF \perp TQ \Rightarrow QT \perp (AEF)$; $BC \perp TQ \Rightarrow d(BC; (AEF)) = TQ$	1p
- $TQ = \frac{AQ \cdot PQ}{AP} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 6}{3\sqrt{7}} = \frac{6\sqrt{21}}{7} \text{cm}$	1p

Subiectul 4.

Detalii rezolvare	Barem asociat
- figura corespunzătoare problemei	1p
- ΔPAC isoscel; $\Delta EAC \equiv \Delta FCA \Rightarrow [AF] = [CE]$; aplicand teorema lui Thales $\Rightarrow EF \parallel AC$	3p
-analog $ST \parallel BD$	1p
- $m(\angle EF;ST) = m(\angle AC;BD) = 90^\circ$	2p